

РЕЗОНАНСНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В МОСТАХ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА С ТЕСНОЙ ИНДУКТИВНОЙ СВЯЗЬЮ

Ю. Б. ВОЛЫНСКИЙ, В. А. РАСКОЛЕНКО

(Представлена научным семинаром физико-технического факультета)

Рассмотрим мост переменного тока, образованный двумя индуктивно связанными катушками с числом витков W_1 и W_2 и двумя сопротивлениями Z_3 и Z_4 (рис. 1). Если пренебречь потерями в катушках индуктивности, то при коэффициенте связи, равном единице, для напряжений \dot{U}_3 и \dot{U}_4 могут быть записаны следующие соотношения [1]:

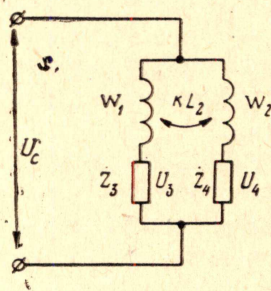


Рис. 1. Схема моста переменного тока с тесной индуктивной связью

$$\dot{U}_3 = U_c \frac{\dot{A} \cdot [1 + \dot{B} (1 + K)]}{\dot{A} + \dot{B} (K^2 + \dot{A})} \quad (1)$$

$$\dot{U}_4 = U_c \cdot \frac{\dot{A} + \dot{B} (1 + K) K}{\dot{A} + \dot{B} (K^2 + \dot{A})} \quad (2)$$

где

$$\dot{A} = \frac{\dot{Z}_3}{\dot{Z}_4}, \quad \dot{B} = \frac{j \omega L_2}{\dot{Z}_H}$$

L_2 — индуктивность катушки с числом витков W_2 ,

$$K = \frac{W_1}{W_2}.$$

Проанализируем соотношения (1, 2) при $\dot{A} = \pm \alpha$; $\dot{A} = \pm j \alpha$, $\dot{B} = \pm \beta$, $\dot{B} = j \beta$. Здесь $\alpha = |\dot{A}|$, $\beta = |\dot{B}|$. Особое внимание обратим на те случаи, когда при изменении коэффициентов α и β либо модули, либо аргументы напряжений \dot{U}_3 и \dot{U}_4 принимают максимальные или минимальные значения. Таких случаев может быть пять.

1. $A = \alpha$, $B = j \beta$ ($Z_3 = R_3$, $Z_4 = R_4$),

$$\begin{aligned} U_3 &= U_{mc} \sqrt{\frac{\alpha^2 + \beta^2 \alpha^2 (1 + K)^2}{\alpha^2 + \beta^2 (K^2 + \alpha)^2}} \times \\ &\times \sin \left[\omega t + \arctg \frac{\beta K (\alpha - K)}{\alpha + \beta^2 (1 + K) (K^2 + \alpha)} \right], \\ U_4 &= U_{mc} \sqrt{\frac{\alpha^2 + \beta^2 K^2 (1 + K)^2}{\alpha^2 + \beta^2 (K^2 + \alpha)^2}} \times \end{aligned} \quad (3)$$

$$\times \sin \left[\omega t + \operatorname{arctg} \frac{\alpha \beta (K - \alpha)}{\alpha^2 + \beta^2 K (1 + K)(K^2 + \alpha)} \right]. \quad (4)$$

Особенностью первого случая является то, что при $\alpha = K$ фазовый сдвиг между напряжением сети и напряжениями U_3 и U_4 становится равным нулю. Эта особенность имеет место как при изменениях R_3 , так и при изменениях R_4 .

$$2. \quad A = -j\alpha, \quad B = j\beta \left(\dot{Z}_3 = \frac{1}{j\omega C_3}, \quad \dot{Z}_4 = R_4 \right),$$

$$U_3 = U_{mc} \sqrt{\frac{\alpha^2 + \alpha^2 \beta^2 (1 + K)^2}{(\alpha - \beta K^2)^2 + \alpha^2 \beta^2}} \times \\ \times \sin \left[\omega t + \operatorname{arctg} \frac{\beta \alpha K - \beta^2 K^2 (1 + K)}{\alpha (1 + \beta^2 K + \beta^2) - \beta K^2} \right], \quad (5)$$

$$U_4 = U_{mc} \sqrt{\frac{[\beta K (1 + K) - \alpha]^2}{\alpha^2 + (\beta K^2 - \alpha)^2}} \sin \left[\omega t + \operatorname{arctg} \frac{\alpha \beta}{\beta K^2 - \alpha} \right]. \quad (6)$$

Во втором случае при $\alpha = \beta K (1 + K)$ становятся равными нулю модуль напряжения U_4 и аргумент напряжения U_3 . При $\alpha = \beta K^2$ напряжение U_4 опережает по фазе на $\frac{\pi}{2}$ сетевое напряжение, а модули напряжений U_3 и U_4 могут достигать экстремальных значений. При $\alpha = \frac{\beta K^2}{1 + \beta^2 K + \beta^2}$ напряжение U_3 отстает по фазе от напряжения U_c на $\frac{\pi}{2}$.

$$3. \quad A = \alpha, \quad B = -\beta \left(\dot{Z}_3 = \frac{1}{j\omega C_3}, \quad \dot{Z}_4 = \frac{1}{j\omega C_4} \right),$$

$$U_3 = U_{mc} \frac{\alpha [1 - \beta (1 + K)]}{\alpha (1 - \beta) - \beta K^2} \sin \omega t, \quad (7)$$

$$U_4 = U_{mc} \frac{\alpha - \beta K (1 + K)}{\alpha (1 - \beta) - \beta K^2} \sin \omega t. \quad (8)$$

В третьем случае амплитуды напряжений U_3 и U_4 принимают экстремальные значения при $\alpha = \frac{\beta K^2}{1 - \beta}$. При $\beta = \frac{1}{1 + K}$ $U_3 = 0$, а $U_4 = 0$ при $\beta = \frac{\alpha}{K(1 + K)}$.

$$4. \quad A = -\alpha, \quad B = -\beta \left(\dot{Z}_3 = j\omega L_3, \quad \dot{Z}_4 = \frac{1}{j\omega C_4} \right),$$

$$U_3 = U_{mc} \frac{\alpha [1 - \beta (1 + K)]}{\alpha (1 - \beta) + \beta K^2} \sin \omega t, \quad (9)$$

$$U_4 = U_{mc} \frac{\alpha + \beta K (1 + K)}{\alpha (1 - \beta) + \beta K^2} \sin \omega t. \quad (10)$$

В четвертом случае резонансные явления имеют место при $\beta = \frac{\alpha}{\alpha - K^2}$. Как и в предыдущем случае, при $\beta = \frac{1}{1 + K}$ $U_3 = 0$.

$$5. \quad A = -\alpha, \quad B = \beta \left(\dot{Z}_3 = \frac{1}{j\omega C_3}, \quad \dot{Z}_4 = j\omega L_4 \right),$$

$$U_3 = U_{mc} \frac{\alpha [1 + \beta(1 + K)]}{\alpha(1 + \beta) - \beta K^2} \sin \omega t, \quad (11)$$

$$U_4 = U_{mc} \frac{\alpha - \beta K(1 + K)}{\alpha(1 + \beta) - \beta K^2} \sin \omega t. \quad (12)$$

Для пятого случая резонансные явления возникают при $\alpha = \frac{\beta K^2}{1 + \beta}$, а $U_4 = 0$ при $\alpha = \beta K(1 + K)$.

Сравнение случаев (1 — 5) показывает, что наибольший интерес представляют случаи 3 и 5, позволяющие с высокой точностью фиксировать параметры Z_3 или Z_4 , соответствующие выполнению условия $\alpha = \frac{\beta K^2}{1 + \beta}$.

Если параметр β является постоянной величиной ($Z_4 = \text{const}$), то, измеряя величины напряжений U_3 или U_4 , можно осуществлять контроль параметра Z_3 . Если β является переменной величиной, то измерение параметра Z_4 может быть осуществлено компенсационным методом путем изменения параметра Z_3 и фиксации его значения в момент возникновения резонанса в рассматриваемой системе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. А. Бессонов. Теоретические основы электротехники. М., «Высшая школа», 1961.